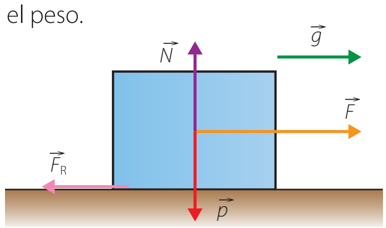
TRABAJO Y ENERGÍA: DEFINICIÓN DE TRABAJO

PROBLEMA RESUELTO 1

Un cuerpo se encuentra en reposo en un plano horizontal en el que el coeficiente de rozamiento es $\mu = 0{,}1$. Un niño decide empujarlo con una fuerza de 7 N en la dirección del plano. Si la masa del cuerpo es de 5 kg y el niño aplica la fuerza durante 8 s, calcula el trabajo realizado por el niño.

Planteamiento y resolución

La suma vectorial de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo de masa $m = 5$ kg es igual al producto de su masa por su aceleración, que es horizontal. De la componente vertical del sistema de fuerzas se deduce que la normal coincide con el peso.



La componte horizontal establece:

$$m\,a = F - F_R = F - \mu \cdot N = F - \mu \cdot m\,g \rightarrow$$
$$\rightarrow 5\text{ kg} \cdot a = 7\text{ N} - 0{,}1 \cdot 5\text{ kg} \cdot 9{,}8\text{ m/s}^2 \rightarrow a = 2{,}1\text{ m/s}^2$$

El cuerpo, que parte del reposo y describe un movimiento uniformemente acelerado durante 8 s, recorre un espacio igual a:

$$\Delta s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot 2{,}1\text{ m/s}^2 \cdot (8\text{ s})^2 = 67{,}2\text{ m}$$

El trabajo que realiza una fuerza constante en un desplazamiento rectilíneo es el producto escalar de la fuerza por el vector desplazamiento:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{s}$$

Como fuerza y desplazamiento ocurren en la misma dirección y sentido:

$$W = F \cdot \Delta s \cdot \cos 0° = 7\text{ N} \cdot 67{,}2\text{ m} \cdot 1 = 470{,}4\text{ J}$$

ACTIVIDADES

1 **Arancha tira de un saco de patatas de 20 kg con una fuerza de 50 N que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Si el coeficiente de rozamiento es $\mu = 0{,}2$, calcula el trabajo que realiza Arancha al desplazar el saco una distancia de 30 m.**

Sol.: 1299 J.

2 **Un cuerpo de 5 kg de masa ha sido lanzado con una velocidad inicial de 4 m/s. Si el cuerpo se para debido al rozamiento después de recorrer 15 m, calcula, utilizando la definición, el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.**

Sol.: 40 J.

3 **Javier lanza un disco de hockey a 8 m/s por una pista de hielo en la que no existe rozamiento. El disco recorre 20 m antes de llegar a Ignacio. ¿Cuál es del trabajo que realiza el disco en el trayecto?**

Sol.: 0 J.

4 **Levantamos un cuerpo de 3 kg a velocidad constante desde el suelo hasta una altura de metro y medio. Calcula el trabajo realizado.**

Sol.: 441 J.

5 **Una persona empuja un cuerpo de 20 kg por un plano horizontal. El coeficiente de rozamiento entre cuerpo y plano es $\mu = 0{,}2$. Si la velocidad de ambos es constante e igual a 1 m/s, ¿cuál es el trabajo realizado por la fuerza aplicada por la persona en un tiempo de 8 s?**

Sol.: 313,6 J.

PROBLEMA RESUELTO 2

Un cuerpo de 4 kg entra a 5 m/s en un plano horizontal con coeficiente de rozamiento $\mu = 0{,}1$. A partir de ese momento actúan sobre el cuerpo una fuerza horizontal que realiza un trabajo de 80 J , y la fuerza de rozamiento, que realiza un trabajo de -50 J. Calcula:

a) La velocidad final del cuerpo.

b) El espacio recorrido.

Planteamiento y resolución

a) El teorema de las fuerzas vivas, o de la energía cinética, asegura que la suma de los trabajos que realizan las fuerzas aplicadas sobre un cuerpo es igual a la variación de energía cinética. Si llamamos W al trabajo realizado por la fuerza, 80 J, y W_R al trabajo realizado por la fuerza de rozamiento, -50 J, se tiene que:

$$W + W_C = \Delta E_C \rightarrow W + W_C = \frac{1}{2}mv_F^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \rightarrow 80\ \text{J} - 50\ \text{J} = \frac{1}{2} \cdot 4v_F^2 - \frac{1}{2} \cdot 4\ \text{kg} \cdot (5\ \text{m/s})^2$$

Por tanto:

$$v_F = 6{,}32\ \text{m/s}$$

b) El cuerpo se desliza sobre un plano horizontal, y la fuerza que se aplica sobre el cuerpo también es horizontal. Así, los dos únicas fuerzas verticales son peso y normal, iguales en módulo y de sentidos opuestos.

$$N = m\,g$$

El módulo de la fuerza de rozamiento es, por tanto:

$$F = \mu \cdot N = \mu \cdot m\,g = 0{,}1 \cdot 4\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 39{,}2\ \text{N}$$

Y el trabajo que realiza esta fuerza, que se opone al movimiento es:

$$W = F \cdot \Delta s \cdot \cos 180° = -F \cdot \Delta s \rightarrow -50 = -39{,}2\ \text{N} \cdot \Delta s \rightarrow \Delta s = 1{,}28\ \text{m}$$

El espacio que recorre el cuerpo durante la aplicación de la fuerza horizontal es 128 cm.

ACTIVIDADES

1 **Un cuerpo de 6 kg entra en un plano horizontal a una velocidad de 4 m/s. Debido al rozamiento con el plano el cuerpo se para después de recorrer 10 m en él. Calcula el coeficiente de rozamiento entre plano y cuerpo.**

Sol.: 0,08.

2 **Un coche entra en un tramo horizontal a una velocidad de 90 km/h. A pesar del rozamiento, el coche acelera hasta alcanzar los 120 km/h 300 m más allá. Si el coeficiente de rozamiento es $\mu = 0{,}1$ y la masa del coche es de 1 000 kg, calcula el trabajo realizado por el motor del coche y el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.**

Sol.: -244 kJ; 980 J.

3 **Melinda pone en movimiento un cuerpo de 20 kg empujándolo con una fuerza constante que hace que su velocidad pase de 0 a 4 m/s en un trayecto de 10 m. Si no hay rozamiento, contesta:**

a) ¿Cuál ha sido el trabajo realizado?

b) ¿Cuál ha sido la fuerza empleada por Melinda?

Sol.: a) 160 J; b) 16 N.

4 **Dos amigos tratan de mover un cuerpo cada uno en un sentido. Ambos aplican fuerzas de 50 N, pero Marta hacia la derecha y Óscar hacia la izquierda. El cuerpo se mueve hacia la derecha por un plano horizontal a la velocidad constante de 1 m/s. Si la masa del cuerpo es de 15 kg, calcula el trabajo realizado por cada uno de los amigos al recorrer 20 m.**

Sol.: El trabajo que realiza Marta es de 1000 J y el que realiza Óscar es de -1000 J.

PROBLEMA RESUELTO 3

Un cuerpo de 10 kg de masa llega a la base de un plano inclinado a una velocidad de 15 m/s. La inclinación del plano es de 30º y no existe rozamiento entre el cuerpo y el plano.

a) Calcula la distancia que recorrerá el cuerpo por el plano antes de detenerse.

b) ¿Qué velocidad tiene el cuerpo en el momento en que la energía cinética y la potencial adquirida en el ascenso del cuerpo son iguales?

Planteamiento y resolución

a) El principio de conservación de la energía mecánica afirma que cuando sobre un sistema actúan solo fuerzas conservativas, la energía mecánica total se conserva. Para el cuerpo del enunciado se tiene, por tanto, que:

$$\Delta E_C + \Delta E_P = 0 \rightarrow \left(\frac{1}{2}mv_F^2 - \frac{1}{2}mv_0^2\right) + mg \cdot \Delta h = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow v_F^2 - v_0^2 + 2g \cdot \Delta h = 0 \rightarrow 0^2 - (15\ \text{m/s})^2 + 2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot \Delta h = 0 \rightarrow \Delta h = 45{,}9\ \text{m}$$

Como el plano está inclinado 30°, una altura de 45,9 m corresponde a una distancia recorrida, s, igual a:

$$\text{sen } 30° = \frac{\Delta h}{s} \rightarrow 0{,}5 = \frac{45{,}9\ \text{m}}{s} \rightarrow s \simeq 92\ \text{m}$$

La distancia que recorre el cuerpo por el plano antes de detenerse es de 92 m.

b) Inicialmente toda la energía mecánica del cuerpo es energía cinética. En el instante en que la energía cinética se iguala con la energía potencial, ambas deben ser la mitad de la energía, cinética, inicial. Sea v_m la velocidad que tiene el cuerpo en ese momento, entonces:

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}mv_0^2\right) \rightarrow v_m^2 = \frac{1}{2}v_0^2 \rightarrow v_m = \frac{1}{\sqrt{2}}v_0 = \frac{15\ \text{m/s}}{\sqrt{2}} = 10{,}61\ \text{m/s}$$

Cuando la velocidad del cuerpo es 10,61, m/s la mitad de su energía cinética se ha transformado en energía potencial.

ACTIVIDADES

1 **Un cohete de 5000 kg de masa rompe el motor cuando se encuentra a 100 m de altura y subiendo con una velocidad de 75 m/s. Calcula:**

a) La altura máxima que alcanzará.

b) La velocidad con la que chocará con el suelo tras la caída.

Sol.: a) 387 m; b) 87 m/s.

2 **Una niña está asomada a su ventana lanzando pelotas de tenis hacia abajo. La velocidad de salida de las pelotas es de 1 m/s y la altura de la ventana es de 10 m sobre la calle. ¿A qué velocidad llegan las pelotas a la calle?**

Sol.: 14 m/s.

3 **Un helicóptero deja caer paquetes de 2 kg desde una altura de 50 m.**

a) ¿A qué altura tendrán los paquetes una velocidad de 4 m/s?

b) ¿Con qué velocidad llegarán al suelo?

Sol.: a) 49,2 m; b) 31,3 m/s.

4 **Se lanza una pelota de 200 g con una velocidad inicial de 5 m/s para que descienda por un plano inclinado 30°. Después de recorrer 100 m, llega a la base del plano y comienza a subir por un segundo plano inclinado 45°. Calcula la distancia que recorrerá en este segundo plano antes de detenerse.**

Sol.: 70,7 m.

5 **¿Qué velocidad tendrá al llegar al suelo un objeto lanzado hacia arriba con velocidad inicial 5 m/s desde la ventana de un segundo piso situado a 8 m de altura?**

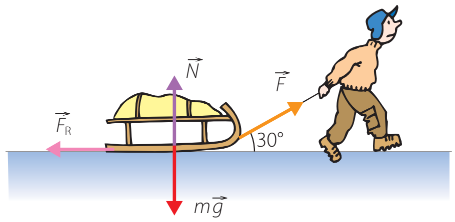
Sol.: 13,5 m/s.

NOMBRE: ______________ CURSO: ______ FECHA: ______

1. EJERCICIO RESUELTO

Antonio arrastra su trineo de 80 kg de masa por un plano horizontal en el que el coeficiente de rozamiento es 0,1. Para ello tira de él mediante una cuerda que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Si la fuerza que aplica es de 100 N, ¿qué trabajo ha realizado después de recorrer 100 m?

SOLUCIÓN



El movimiento de Antonio y su trineo es rectilíneo y uniforme, de manera que la suma todas las fuerzas que actúan sobre el trineo es nula. La normal compensa la diferencia entre del peso y la componente vertical de la fuerza:

$$0 = \vec{N} + \vec{F} + \vec{P} + \vec{F}_R \rightarrow 0 = N + F \cdot \text{sen } 30° - m \cdot g$$

Y la componente paralela de la fuerza compensa la fuerza de rozamiento:

$$0 = F \cdot \cos 30° - \mu \cdot N \rightarrow 0 = F \cdot \cos 30° - \mu \cdot (m \cdot g - F \cdot \text{sen } 30°)$$

De manera que:

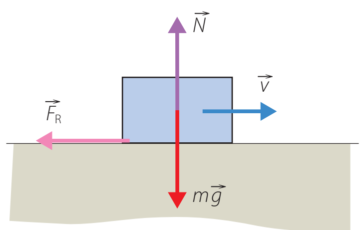
$$F = \frac{\mu \cdot m \cdot g}{\cos 30° + \mu \cdot \text{sen } 30°} = \frac{0{,}1 \cdot 80 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2}{0{,}87 + 0{,}1 \cdot 0{,}5} = 85{,}6 \text{ N}$$

El trabajo que realiza una fuerza constante en un desplazamiento rectilíneo es el producto escalar de la fuerza por el vector desplazamiento:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{s} \rightarrow W = F \cdot \Delta s \cdot \cos 30° = 85{,}6 \text{ N} \cdot 100 \text{ m} \cdot 0{,}87 = 7447 \text{ J}$$

1 **Se lanza un cuerpo de 2 kg por un plano horizontal en el que el coeficiente de rozamiento vale 0,2. Si la velocidad inicial es de 4 m/s, calcula el trabajo total realizado por la fuerza de rozamiento hasta pararse.**

SOLUCIÓN



La normal coincide en valor con el peso, y la componente paralela y la fuerza de rozamiento induce una aceleración a al cuerpo contraria a su movimiento:

$$m \cdot a = \mu \cdot N \rightarrow m \cdot a = \mu \cdot m \cdot g \rightarrow$$
$$\rightarrow a = \mu \cdot g = 0{,}2 \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 = 1{,}96 \text{ m/s}^2$$

Con esta aceleración el cuerpo se mueve durante un tiempo:

$$v = v_0 - a \cdot t \rightarrow 0 = 4 \text{ m/s} - 1{,}96 \text{ m/s}^2 \cdot t \rightarrow t = 2{,}04 \text{ s}$$

Durante ese tiempo el cuerpo recorre un espacio igual a:

$$s - s_0 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2}at^2 \rightarrow \Delta s = 4 \text{ m/s} \cdot 2{,}04 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 1{,}96 \text{ m/s}^2 \cdot 2{,}04^2 \text{ s}^2 = 4{,}08 \text{ m}$$

La fuerza de rozamiento tiene la dirección del movimiento, y sentido contrario:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{s}$$

El trabajo que realiza será negativo, y su valor es:

$$W = F_R \cdot \Delta s \cdot \cos 180° = (\mu \cdot m\, g) \cdot \Delta s \cdot \cos 180° \rightarrow$$
$$\rightarrow W = 0{,}2 \cdot 2 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 4{,}08 \text{ m} \cdot (-1) = -16 \text{ J}$$

ENERGÍA Y TRABAJO

NOMBRE: ______ CURSO: ______ FECHA: ______

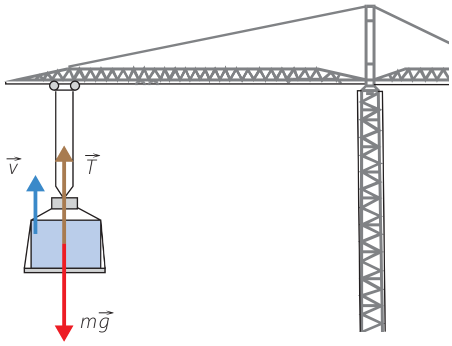
2 **Una grúa sube un contenedor de 1000 kg desde el suelo hasta una altura de 20 m. Calcula:**

SOLUCIÓN

a) El trabajo realizado por la grúa.

La fuerza que ejerce la grúa sobre el contenedor es la tensión, y es igual en módulo y dirección al peso, pero de sentido contrario,

$$0 = \vec{T} \cdot \vec{P} \rightarrow 0 = T - m \cdot g$$



El trabajo que realiza la grúa es el que realiza la normal sobre el cuerpo durante su desplazamiento. Como el desplazamiento tiene la dirección y el sentido de la fuerza:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{s}$$

Resulta que:

$$W = T \cdot \Delta s \cdot \cos 0° = (m \cdot g) \cdot \Delta s \cdot \cos 0° = 1000 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 20 \text{ m} \cdot 1 = 196\,000 \text{ J}$$

b) El trabajo realizado por el peso.

Durante el desplazamiento el peso es igual y de sentido contrario a la tensión. El trabajo será, por tanto, igual pero de signo contrario:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{s} \rightarrow W = P \cdot \Delta s \cdot \cos 180° = (m\,g) \cdot \Delta s \cdot \cos 180° \rightarrow$$
$$\rightarrow W = 1000 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 20 \text{ m} \cdot (-1) = -196\,000 \text{ J}$$

3 **Un coche de 1500 kg acelera pasando de 0 a 100 km/h en 9 s. Si el coeficiente de rozamiento entre las ruedas y el suelo es $\mu = 0{,}1$ calcula el trabajo producido por el motor del coche, así como el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.**

SOLUCIÓN

El motor tira del coche con una fuerza $\vec{F}$ que le induce una aceleración $\vec{a}$ que verifica:

$$\vec{F} + \vec{F}_R = m\,\vec{a} \rightarrow m \cdot a = F - F_R$$

O bien:

$$F = m \cdot a + \mu \cdot m \cdot g$$

Como el coche pasa de 0 m/s a 27,78 m/s en 9 s, su aceleración vale:

$$v = v_0 - a\,t \rightarrow 27{,}78 \text{ m/s} = 0 + a \cdot 9 \text{ s} \rightarrow a = 3{,}09 \text{ m/s}^2$$

Durante ese tiempo el coche avanza:

$$s - s_0 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow \Delta s = 0 \cdot 9 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 3{,}09 \text{ m/s}^2 \cdot 9^2 \text{ s}^2 = 125{,}15 \text{ m}$$

La fuerza ejercida por el motor es:

$$F = m\,a + \mu \cdot m \cdot g = 1500 \text{ kg} \cdot 3{,}09 \text{ m/s}^2 + 0{,}1 \cdot 1500 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 = 6105 \text{ N}$$

Se aplica en la dirección del desplazamiento; por tanto, el trabajo que realiza es:

$$W = F \cdot \Delta s \cdot \cos 0° = 6105 \text{ N} \cdot 125{,}15 \text{ m} \cdot 1 = 764\,041 \text{ J}$$

La fuerza de rozamiento se aplica en sentido contrario al desplazamiento, y realiza un trabajo igual a:

$$W = F_R \cdot \Delta s \cdot \cos 180° = (\mu \cdot m \cdot g) \cdot \Delta s \cdot \cos 180° \rightarrow$$
$$\rightarrow W = 0{,}1 \cdot 1500 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 125{,}15 \text{ m} \cdot (-1) = -183\,971 \text{ J}$$

POTENCIA Y RENDIMIENTO

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

2. EJERCICIO RESUELTO

Un coche circula a la velocidad de 90 km/h durante un tramo recto de 800 m. Calcula la potencia desarrollada por el motor del coche si la masa del coche es de 1000 kg y el coeficiente de rozamiento entre el suelo y las ruedas es $\mu = 0,2$.

SOLUCIÓN

El motor ejerce una fuerza sobre el coche igual a la fuerza de rozamiento para mantener su movimiento uniforme:

$$0 = \vec{F} + \vec{F}_R \rightarrow 0 = F - \mu \cdot m \cdot g \rightarrow F = \mu \cdot m \cdot g = 0,2 \cdot 1000 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 1960 \text{ N}$$

El trabajo que desarrolla esa fuerza durante los 800 m que dura el desplazamiento es:

$$W = F \cdot \Delta s = 1960 \text{ N} \cdot 800 \text{ m} = 1\,568\,000 \text{ J}$$

El tiempo que el coche mantiene su movimiento uniforme es:

$$t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{800 \text{ m}}{25 \text{ m/s}} = 32 \text{ s}$$

Por tanto, la potencia del motor durante ese tiempo es:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{1568\,000 \text{ J}}{32 \text{ s}} = 49\,000 \text{ W}$$

4 **Una bomba de agua es capaz de subir 100 litros por segundo hasta una altura de 20 m. Sabiendo que la potencia nominal de la bomba es de 25 kW, calcula cuál es el rendimiento que se obtiene.**

SOLUCIÓN

El trabajo que realiza la bomba cada segundo es el realizado al subir un peso de 100 kg una altura de 20 m:

$$W = m \cdot g \cdot \Delta s = 100 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 20 \text{ m} = 19\,600 \text{ J}$$

Como este trabajo lo realiza la bomba cada segundo, la potencia que utiliza es:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{19\,600 \text{ J}}{1 \text{ s}} = 19\,600 \text{ W}$$

Sin embargo, la potencia de la bomba es 25 kW, así que el rendimiento de la bomba es:

$$r = \frac{\text{potencia útil}}{\text{potencia nominal}} = \frac{19\,600 \text{ W}}{25\,000 \text{ W}} = 0,784 = 78,4\,\%$$

5 **La subida al Hotel Bali de Benidorm se celebra cada año. El ganador de 2007 empleó 4 minutos y 53 segundos en subir corriendo los 52 pisos del hotel. En total, 930 escalones que le llevaron hasta la azotea. Si cada escalón tiene 22 cm de alto y suponemos que el ganador tiene una masa de 63 kg, calcula la potencia que desarrollaron sus piernas.**

SOLUCIÓN

El ganador de la subida al Hotel Bali subió con la potencia de sus piernas 63 kg la altura de 930 escalones de 22 cm, es decir, 204,6 m en 4 min y 53 s.

El trabajo que realizó durante la travesía fue:

$$W = m \cdot g \cdot \Delta s = 63 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 204,6 \text{ m} = 126\,320 \text{ J}$$

Como este trabajo lo realizó en 293 s, la potencia que desarrollaron sus piernas fue:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{126\,320 \text{ J}}{293 \text{ s}} = 431 \text{ W}$$

POTENCIA Y RENDIMIENTO

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

6 **El rendimiento de un motor de coche depende de diferentes factores, como la carga, la velocidad…, pero se ha estimado que, por término medio, se puede estimar en torno al 20 % el rendimiento en condiciones no ideales. Considera el precio del litro de gasolina de 1,3 € y un consumo a 120 km/h de 9 litros cada 100 km.**

SOLUCIÓN

a) Calcula la cantidad que nos gastamos en un viaje de 400 km por autovía a la velocidad máxima permitida.

En un viaje de 400 km/h a 120 km/h el coche consume 30 litros de gasolina. Como cada litro de gasolina cuesta 1,3 €, el viaje cuesta 39 €.

b) Calcula la cantidad que gastaríamos si el rendimiento fuera del 80 %.

En el viaje del enunciado solo el 20 % de la potencia del coche es útil: de los 30 L utilizados solo sería necesaria la potencia que desarrollan 6 litros.

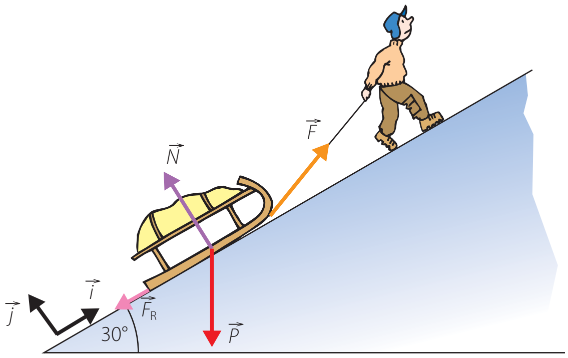
Si el rendimiento del motor fuera del 80 % necesitaríamos los mismos 6 L para desarrollar la potencia útil. La potencia teórica sería tal que:

$$r = \frac{\text{potencia útil}}{\text{potencia teórica}} = \frac{\text{cte.} \cdot (6 \text{ litros})}{\text{cte.} \cdot (x \text{ litros})} = 80\,\% \rightarrow x = \frac{6}{0{,}8} = 7{,}5 \text{ L}$$

Estos 7,5 L suponen un gasto de 9,75 €.

7 **Alberto tira de su trineo y lo sube por una pendiente de 30° en la que el coeficiente de rozamiento es 0,1. La masa del trineo es de 50 kg y Alberto recorre, partiendo del reposo, una distancia de 30 m en 12 s con un movimiento acelerado. Calcula la potencia desarrollada por Alberto.**

SOLUCIÓN



Alberto tira de su trineo con una fuerza necesaria para compensar el rozamiento y la componente paralela del peso y así mantener un movimiento acelerado:

$$m \cdot a = F - \mu \cdot N - m \cdot g \cdot \text{sen } 30°$$

Calculamos la aceleración utilizando cinemática:

$$s - s_0 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 30 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 12^2 \text{ s}^2 \rightarrow a = 0{,}42 \text{ m/s}^2$$

Además, la normal se calcula revisando la ecuación dinámica para la componente perpendicular al plano:

$$0 = N - m \cdot g \cdot \cos 30°$$

Por tanto, la fuerza que ejerce Alberto sobre el trineo es:

$$F = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 30° + m \cdot g \cdot \text{sen } 30° + m \cdot a = 308{,}6 \text{ N}$$

Alberto aplica esa fuerza sobre el trineo para desplazarlo 30 m, y el trabajo que realiza en esa acción es:

$$W = F \cdot \Delta s = 308{,}6 \text{ N} \cdot 30 \text{ m} = 9258 \text{ J}$$

Como tarda en realizar el trabajo 12 s, la potencia que desarrolla es:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{9258 \text{ J}}{12 \text{ s}} = 771{,}5 \text{ W}$$

TRABAJO, ENERGÍA CINÉTICA Y ENERGÍA POTENCIAL

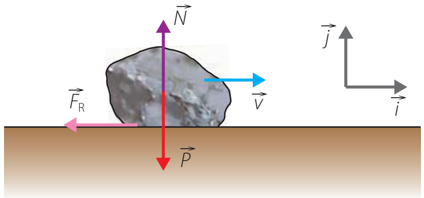
NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

3. EJERCICIO RESUELTO

Leire ha lanzado una piedra de 100 g con una velocidad inicial de 3 m/s para que deslice por un plano horizontal. Si el coeficiente de rozamiento entre la piedra y el plano es 0,2, calcula la distancia recorrida por la piedra.

a) Aplicando la segunda ley de Newton. **b) Mediante razonamientos energéticos.**

SOLUCIÓN



a) Las fuerzas que actúan sobre la piedra son el peso, la normal y la fuerza de rozamiento. La normal compensa el peso, y la fuerza de rozamiento induce una aceleración al cuerpo contraria al movimiento:

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F}_R \rightarrow m \cdot a = \mu \cdot m \cdot g \rightarrow$$
$$\rightarrow a = \mu \cdot g = 0{,}2 \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 = 1{,}96 \text{ m/s}^2$$

El cuerpo sometido a una aceleración contraria a su movimiento frena hasta parar en un tiempo t:

$$v = v_0 - a \cdot t \rightarrow 0 = 3 \text{ m/s} - 1{,}96 \text{ m/s}^2 \cdot t \rightarrow t = 1{,}53 \text{ s}$$

Durante ese tiempo recorre un espacio s:

$$\Delta s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2}at^2 = 3 \text{ m/s} \cdot 1{,}53 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 1{,}96 \text{ m/s}^2 \cdot 1{,}53^2 \text{ s}^2 = 2{,}30 \text{ m}$$

La distancia que recorre la piedra hasta parar es de 2 m y 30 cm.

b) La piedra tiene una energía cinética inicial:

$$E_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}1 \text{ kg} \cdot 3^2 \text{ (m/s)}^2 = 0{,}45 \text{ J}$$

Sin embargo, su energía cinética final es cero; y, por tanto:

$$\Delta E = E_F - E_0 = -0{,}45 \text{ J}$$

El teorema de las fuerzas vivas (o de la energía cinética) asegura que el trabajo que realiza la resultante es igual a la variación de energía cinética. La resultante coincide con la fuerza de rozamiento (el peso y la normal son iguales y de sentido contrario), que es constante. El trabajo que realiza la fuerza de rozamiento es negativo, porque es una fuerza de sentido contrario a la velocidad de la piedra:

$$W = F_R \cdot \Delta s \cdot \cos 180° = \mu \cdot m \cdot g \cdot \Delta s \cdot \cos 180° = 0{,}2 \cdot 0{,}1 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot \Delta s \cdot (-1) = -0{,}196 \cdot \Delta s$$

Como este trabajo ha de ser igual a la variación de energía se tiene que:

$$-0{,}196 \cdot \Delta s = -0{,}45 \rightarrow s = 2{,}30 \text{ m}$$

La distancia que recorre la piedra hasta parar es de 2 m y 30 cm.

8 **Subimos un bulto de 10 kg a la caja de un camión situada a una altura de 1 m. Calcula el trabajo que realizamos en cada uno de los siguientes casos:**

SOLUCIÓN

a) Levantamos el bulto verticalmente desde el suelo hasta la caja del camión.

El primer principio de la termodinámica asegura que, como no hay intercambio de calor en el sistema, el trabajo realizado al elevar el bulto coincide con el incremento de energía del sistema. Inicialmente el bulto está parado en el suelo, y al final está quieto y a una altura $h = 1$ m sobre el suelo. La diferencia de energía potencial entre las dos situaciones es:

$$\Delta E_P = m \cdot g \cdot \Delta h = m \cdot g \cdot h = 10 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ m} = 98 \text{ J}$$

Y el trabajo, por tanto, es:

$$W = \Delta E_P = 98 \text{ J}$$

continúa →

NOMBRE: CURSO: FECHA:

b) Empujamos el bulto por una rampa de 30° de inclinación sobre la que no hay rozamiento.

En este supuesto las condiciones son las mismas que en el supuesto anterior. Como el bulto está inicial y finalmente en reposo y el trabajo realizado coincide con el incremento de energía potencial:

$$W = \Delta E_P = m \cdot g \cdot \Delta h = m \cdot g \cdot h = 10 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ m} = 98 \text{ J}$$

c) Empujamos el bulto por una rampa de 30° de inclinación sobre la que el coeficiente de rozamiento es 0,1.

La fuerza de rozamiento realiza un trabajo negativo sobre el bulto. La suma del trabajo negativo de la fuerza de rozamiento más el trabajo que realizamos será igual al incremento de la energía potencial.

$$W + W_R = \Delta E_P$$

La distancia que recorre el bulto sobre la rampa es:

$$\text{sen } 30° = \frac{1 \text{ m}}{\Delta s} \rightarrow \Delta s = \frac{1 \text{ m}}{\text{sen } 30°} = 2 \text{ m}$$

Las ecuaciones de la dinámica del sistema establecen que la normal es igual en módulo a la componente perpendicular del peso:

$$N = m \cdot g \cdot \cos 30°$$

Y el trabajo de la fuerza de rozamiento es:

$$W_R = F_R \cdot \Delta s \cdot \cos 180° = \mu \cdot N \cdot \Delta s \cdot \cos 180° = \mu \cdot (m \cdot g \cdot \cos 30°) \cdot \Delta s \cdot \cos 180° =$$
$$= 0{,}1 \cdot 10 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 0{,}5 \cdot 2 \text{ m} \cdot (-1) = -9{,}8 \text{ J}$$

Por tanto:

$$W + W_R = \Delta E_P \rightarrow W - 9{,}8 \text{ J} = 98 \text{ J} \rightarrow W = 107{,}8 \text{ J}$$

El trabajo que realizamos en este caso es mayor que en los casos anteriores.

9 **Un coche de 1000 kg avanza por una carretera horizontal, pasando de 36 a 90 km/h en un tramo de 120 m. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento entre las ruedas y el suelo es 0,1, calcula la fuerza aplicada por el motor del coche.**

SOLUCIÓN

a) Aplicando la segunda ley de Newton.

El coche avanza en horizontal 120 m partiendo con una velocidad de 10 m/s hasta alcanzar la velocidad de 25 m/s. Su aceleración se calcula utilizando las ecuaciones de la cinemática:

$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow 25 \text{ m/s} = 10 \text{ m/s} + a \cdot t \rightarrow t = \frac{25 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}}{a}$$

Sustituyendo el tiempo:

$$\Delta s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

Se tiene:

$$120 = 10 \cdot \frac{25 - 10}{a} + \frac{1}{2} a \cdot \left(\frac{25 - 10}{a}\right)^2 \rightarrow$$
$$\rightarrow 120 = \frac{150}{a} + \frac{225}{2a} \rightarrow a = 2{,}1875 \text{ m/s}^2$$

La fuerza F que ejerce el motor infiere al coche esta aceleración. La ecuación de la dinámica establece que:

$$m \cdot a = F - F_R = F - \mu \cdot m \cdot g \rightarrow$$
$$1000 \text{ kg} \cdot 2{,}1875 \text{ m/s}^2 = F - 0{,}1 \cdot 1000 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \rightarrow F = 3167{,}5 \text{ N}$$

continúa →

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Esta fuerza desarrolla un trabajo sobre el coche igual a:

$$W = F \cdot \Delta s \cdot \cos 0° = 3167{,}5\ \text{N} \cdot 120\ \text{m} \cdot 1 = 380\ 100\ \text{J}$$

El primer principio de la termodinámica asegura que, como no hay intercambio de calor en el sistema, el trabajo realizado al elevar el bulto coincide con el incremento de energía del sistema. Inicialmente el bulto está parado en el suelo, y al final está quieto y a un metro sobre el suelo.

b) Mediante razonamientos energéticos.

El incremento de energía cinética del coche es su recorrido es:

$$\Delta E_C = \frac{1}{2}mv_F^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 1000\ \text{kg} \cdot 25^2\ (\text{m/s})^2 - \frac{1}{2} \cdot 1000\ \text{kg} \cdot 10^2\ (\text{m/s})^2 = 262500\ \text{J}$$

El trabajo, negativo, que realiza la fuerza de rozamiento, es:

$$W_R = F_R \cdot \Delta s \cdot \cos 180° = \mu \cdot m \cdot g \cdot \Delta s \cdot (-1) = -0{,}1 \cdot 1000\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 120\ \text{m} = -117\ 600\ \text{J}$$

El teorema de la energía cinética asegura que la suma de trabajos aplicados sobre el sistema es igual a la variación de energía cinética. Como los trabajos realizados son los del motor (W) y la fuerza rozamiento (W_R) se tiene:

$$W + W_R = \Delta E_C \rightarrow W - 117\ 600\ \text{J} = 262\ 500\ \text{J} \rightarrow W = 380\ 100\ \text{J}$$

En efecto, el resultado coincide con el obtenido con diferente método en el apartado anterior.

10 Un cohete de 5000 kg de masa despega alcanzando una altura de 200 m en 8 s con un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Calcula:

SOLUCIÓN

a) El trabajo realizado por el peso del cohete.

El trabajo realizado por el peso del cohete es negativo, porque fuerza y desplazamiento tienen sentidos contrarios:

$$W_g = m \cdot g \cdot \Delta h \cdot \cos 180° = 5000\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 200\ \text{m} \cdot (-1) = -9\ 800\ 000\ \text{J}$$

b) El trabajo realizado por los motores.

El incremento de energía cinética del cohete se calcula teniendo en cuenta que parte del reposo y sube 200 m en 8 s con movimiento uniformemente acelerado:

$$\Delta h = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow 200\ \text{m} = \frac{1}{2}a \cdot 8^2\ \text{s}^2 \rightarrow a = 6{,}25\ \text{m/s}^2$$

La velocidad en el momento final es:

$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow v = 0 + 6{,}25\ \text{m/s}^2 \cdot 8\ \text{s} = 50\ \text{m/s}$$

Por tanto:

$$\Delta E_C = \frac{1}{2}mv_F^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 5000\ \text{kg} \cdot 50^2\ (\text{m/s})^2 - 0 = 6250000\ \text{J}$$

Sobre el cohete se realizan dos trabajos: el trabajo que realiza el peso del cohete, W_g, y el trabajo realizado por el motor del cohete, W_c. La suma de los trabajos aplicados es igual al incremento de energía cinética:

$$W_g + W_c = \Delta E_C \rightarrow -9\ 800\ 000\ \text{J} + W_c = 6\ 250\ 000\ \text{J} \rightarrow W_c = 16\ 050\ 000\ \text{J}$$

11 Tenemos un resorte que sigue la ley de Hooke y cuya constante de elasticidad vale 20 N/cm. Calcula el trabajo que realizamos cuando tiramos de él desde la posición de equilibrio hasta alcanzar un alargamiento de 8 cm.

SOLUCIÓN

El trabajo realizado al tirar de un resorte con constante de elasticidad 2000 N/m que alcanza un alargamiento de 0,08 m se emplea en aumentar su energía potencial elástica. Calculando esta obtendremos el valor del trabajo:

$$W = \Delta E_P = \frac{1}{2}k \cdot \Delta l^2 - 0 = \frac{1}{2} \cdot 2000\ \text{N/m} \cdot 0{,}08^2\ \text{m}^2 = 6{,}4\ \text{J}$$

CONSERVACIÓN DE ENERGÍA MECÁNICA (I)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

4. EJERCICIO RESUELTO

Tres amigos suben en la montaña rusa y ascienden hasta la primera cima, situada a 20 m de altura. Con una velocidad de 1 m/s inician la caída por la primera rampa. Suponiendo que no hay pérdidas de energía por rozamiento, calcula la velocidad con la que llegarán a un punto situado a 15 m de altura.

SOLUCIÓN

El principio de conservación de la energía mecánica afirma que cuando sobre un sistema actúan solo fuerzas conservativas, la energía mecánica total se conserva. Sobre el coche de la montaña rusa todas las fuerzas son conservativas porque se supone que no hay rozamiento. Por tanto, el incremento de energía del sistema tiene que ser nulo:

$$\Delta E_C + \Delta E_P = 0 \rightarrow \left(\frac{1}{2}mv_F^2 - \frac{1}{2}mv_0^2\right) + m \cdot g \cdot \Delta h = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow v_F^2 - v_0^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta h = 0 \rightarrow v_F^2 - 1^2\ \text{m}^2/\text{s}^2 + 2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (15 - 20)\ \text{m} = 0 \rightarrow v_F = 9{,}95\ \text{m/s}$$

12 **La velocidad de una bala de pistola ronda los 540 km/h a la salida del arma. Suponiendo que disparamos verticalmente y que no existe rozamiento con el aire.**

SOLUCIÓN

a) Calcula la altura máxima alcanzada por el proyectil.

El principio de conservación de la energía mecánica asegura que en ausencia de fuerzas disipativas la energía mecánica se conserva. En el momento del disparo la bala parte con una velocidad de 150 m/s y tiene una energía cinética que, en la altura máxima, en la que la velocidad se anula, se transforma en energía potencial. Así el incremento de energía de la bala será nulo:

$$\Delta E_C + \Delta E_P = 0 \rightarrow \left(\frac{1}{2}mv_F^2 - \frac{1}{2}mv_0^2\right) + m \cdot g \cdot \Delta h = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 0^2 - 150^2 + 2 \cdot 9{,}8 \cdot \Delta h = 0 \rightarrow \Delta h = 1148\ \text{m}$$

b) Calcula la altura en la que la energía cinética es el doble que la energía potencial.

Si, a partir del disparo, la energía cinética de la bala disminuye hasta anularse en el punto más alto y el incremento de energía potencial aumenta desde cero, en algún punto del recorrido de subida, de altura h' sobre la pistola, la energía cinética asociada a su velocidad v' doblará el aumento de energía potencial:

$$\frac{1}{2}mv'^2 = 2mg \cdot \Delta h' \rightarrow v'^2 = 4\,g \cdot \Delta h'$$

Pero en ese punto también es nulo el incremento de energía mecánica:

$$\Delta E'_C + \Delta E'_P = 0 \rightarrow \left(\frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv_0^2\right) + mg \cdot \Delta h' = 0 \rightarrow v'^2 - v_0^2 + 2g \cdot \Delta h' = 0$$

Como en ese punto $v'^2 = 4\,g \cdot \Delta h'$, se tiene:

$$4g \cdot \Delta h' - v_0^2 + 2g \cdot \Delta h' = 0 \rightarrow 6g \cdot \Delta h' = v_0^2 \rightarrow 6 \cdot 9{,}8 \cdot \Delta h' = 150^2 \rightarrow \Delta h' = 382{,}7\ \text{m}$$

Que es un tercio de la altura máxima que alcanza la bala. En efecto, para que la energía cinética sea el doble de la potencial, aquella ha de ser un tercio de la energía mecánica, y esta, la potencial, dos tercios de la energía mecánica.

CONSERVACIÓN DE ENERGÍA MECÁNICA (I)

NOMBRE: ______________ CURSO: ______ FECHA: ______

13 **Un ciclista que va a 5 m/s se deja caer sin pedalear por una rampa inclinada 15° y cuya longitud es de 200 m. Si el coeficiente de rozamiento es 0,2 y la masa del ciclista junto con su bicicleta es de 80 kg, calcula:**

SOLUCIÓN

a) La energía perdida por rozamiento a lo largo de la rampa.

La energía perdida coincide en valor el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento:

$$W_R = \mu \cdot (m \cdot g \cdot \cos 15°) \cdot \Delta s \cdot \cos 180° \rightarrow W_R = 0{,}2 \cdot 80 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 0{,}97 \cdot 200 \text{ m} \cdot (-1) = -30\,419{,}2 \text{ J}$$

La energía disipada en forma de calor es 30 419,2 J.

b) La velocidad con la que llega el ciclista al final de la rampa.

En esta situación la energía mecánica no se conserva, puesto que hay fuerzas disipativas. Sin embargo, sí se conserva la energía total:

$$\Delta E_C + \Delta E_P + \Delta E_{\text{no conservativa}} = 0 \rightarrow \left(\frac{1}{2}mv_F^2 - \frac{1}{2}mv_0^2\right) + mg \cdot \Delta h + \Delta E_{\text{no conservativa}} = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(\frac{1}{2} \cdot 80 \cdot v_F^2 - 0\right) + 80 \cdot 9{,}8 \cdot (0 - 200 \cdot \text{sen}15°) + 30\,419{,}2 = 0 \rightarrow v_F = 15{,}9 \text{ m/s} \simeq 57 \text{ km/h}$$

c) La altura que alcanzaría en una segunda rampa ascendente situada justo al final de la anterior con igual coeficiente de rozamiento y cuya inclinación es de 30°.

La energía perdida ahora por rozamiento es:

$$W'_R = \mu \cdot (m \cdot g \cdot \cos 30°) \cdot \Delta s' \cdot \cos 180° \rightarrow \Delta E'_{\text{no conservativa}} = \mu \cdot (m \cdot g \cdot \cos 30°) \cdot \frac{h'}{\text{sen } 30°}$$

La energía total del sistema se conserva y, por tanto:

$$\Delta E'_C + \Delta E'_P + \Delta E'_{\text{no conservativa}} = 0 \rightarrow \left(-\frac{1}{2}mv_0'^2\right) + mg \cdot \Delta h' + \Delta E'_{\text{no conservativa}} = 0$$

Suponemos que la velocidad inicial de este tramo coincide con la velocidad del tramo anterior:

$$\left(-\frac{1}{2}mv_F^2\right) + mg \cdot (h' - 0) + \mu \cdot mg \cdot \cos 30° \cdot \left(\frac{h'}{\text{sen } 30°}\right) = 0 \rightarrow g \cdot h' + \mu \cdot g \cdot h' \cdot \text{cotg } 30° = \frac{1}{2}v_F^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow h' = \frac{v_F^2}{2g \cdot (1 + \mu \cdot \text{cotg } 30°)} = \frac{15{,}9^2}{2 \cdot 9{,}8 \cdot (1 + 0{,}2 \cdot 1{,}73)} = 9{,}58 \text{ m}$$

La altura que alcanza en la segunda rampa ascendente es 5 m y 63 cm.

14 **Un cohete que sube verticalmente rompe el motor cuando se encuentra a 500 m de altura y su velocidad es de 40 m/s. Calcula:**

SOLUCIÓN

a) La altura máxima que alcanzará antes de caer.

Suponemos que no hay pérdidas por rozamiento y, por tanto, la energía mecánica se conserva:

$$\Delta E_C + \Delta E_P = 0 \rightarrow \left(0 - \frac{1}{2}mv_0^2\right) + mg \cdot (h - h_0) = 0 \rightarrow h = h_0 + \frac{v_0^2}{2g} = 500 + 81{,}6 = 581{,}6 \text{ m}$$

La altura máxima del cohete son los 81,6 m que ha subido sobre los 500 m de altura que tenía cuando se averió el motor, es decir, 581,6 m.

b) La velocidad con la que chocará con el suelo.

De nuevo no hay pérdidas por rozamiento, así que la energía mecánica es constante y el incremento entre las posiciones más alta y más baja en la caída de cohete es nulo:

$$\Delta E'_C + \Delta E'_P = 0 \rightarrow \left(\frac{1}{2}mv_F'^2 - 0\right) + mg \cdot (0 - h) = 0 \rightarrow v_F = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 581{,}6} = 106{,}8 \text{ m/s}$$

El cohete choca contra el suelo a una velocidad de 106,8 m/s.

CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA (II)

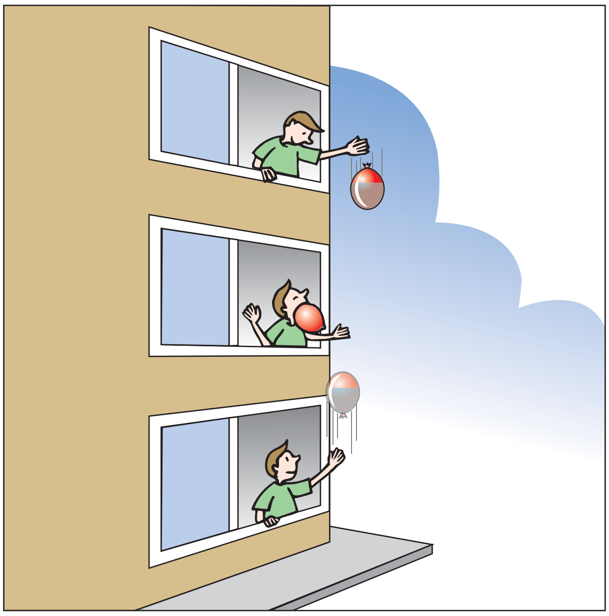
NOMBRE: ____________ CURSO: ________ FECHA: ________

15 **Dos amigos, vecinos de un mismo edificio están asomados a sus ventanas, que distan del suelo lo que indica el dibujo. El vecino de arriba llena un globo de agua y se lo lanza al de abajo imprimiéndole una velocidad de 3 m/s.**

SOLUCIÓN

a) **Enuncia el principio de conservación de la energía mecánica y explica qué le va pasando a la energía cinética, potencial y mecánica del globo mientras baja. Ve completando el dibujo con los datos que vas obteniendo en los demás apartados.**

Cuando solo actúa la fuerza gravitatoria, la energía mecánica permanece constante. Según baja el globo, va disminuyendo su energía potencial en la misma medida que va aumentando la energía cinética, permaneciendo invariable la suma de ambas, que es la energía mecánica.



b) **¿Con qué velocidad le llegará el globo a la cabeza del vecino de abajo?**

1. Iguala la energía mecánica en las dos posiciones que te interese.

$$E_{M} = \text{cte.} \rightarrow E_{MA} = E_{MC} \rightarrow E_{CA} + E_{PA} = E_{CC} + E_{PC} \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$$

2. Explica si algún término se anula y elimínalo.
   No se anula ningún término, pues las dos alturas y las dos velocidades son distintas de cero.

3. Divide por *m*.

$$\frac{1}{2}v_A^2 + gh_A = \frac{1}{2}v_C^2 + gh_C$$

4. Despeja lo que te piden y sustituye los datos.

$$\frac{1}{2}v_A^2 + gh_A = \frac{1}{2}v_C^2 + gh_C \rightarrow v_B^2 = v_A^2 + 2gh_A - 2gh_B \rightarrow$$
$$\rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 + 2g \cdot (h_A - h_B)} = \sqrt{3^2 + 2 \cdot 9{,}8 \cdot (20 - 5)} \rightarrow$$
$$\rightarrow v_B = 17{,}4 \text{ m/s}$$

Fíjate que, como lo que importa es $(h_A - h_B)$ podíamos haber resuelto el problema tomando como nivel de $h = 0$ el vecino de abajo $\rightarrow h_B = 0$ y $h_A = 15$ m y los cálculos hubiesen sido más sencillos, pues $E_{PB} = 0$.

continúa →

NOMBRE: ______ CURSO: ______ FECHA: ______

Si el vecino de abajo hubiese esquivado el globo, ¿con qué velocidad hubiese llegado este al suelo?

1. Iguala la energía mecánica en las dos posiciones que te interese.

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{MA} = E_{MC} \rightarrow E_{CA} + E_{PA} = E_{CC} + E_{PC} \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$$

2. Explica si algún término se anula y elimínalo.

$h_C = 0$ (suelo). Por tanto:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2$$

3. Divide por m.

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 \rightarrow \frac{1}{2}v_A^2 + gh_A = \frac{1}{2}v_C^2$$

4. Despeja lo que te piden y sustituye los datos.

$$\frac{1}{2}v_C^2 = \frac{1}{2}v_A^2 - gh_C \rightarrow v_C^2 = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}v_A^2 - gh_C\right) \rightarrow$$
$$\rightarrow v_C = \sqrt{v_A^2 - 2gh_C} = \sqrt{3^2 + 2 \cdot 9{,}8 \cdot 20} = 20 \text{ m/s}$$

c) Si ahora el vecino de abajo llena otro globo de agua y se lo lanza al de arriba con una velocidad de 12 m/s pero le da en la cara a un tercer vecino situado entre los dos cuatro metros por encima del de abajo, que acababa de sacar la cabeza por la ventana, ¿con qué velocidad le dio en la cara? Dibújalo en el ejercicio. Consejo: Toma como nivel de $h = 0$ al vecino de abajo y los cálculos se simplificarán.

1. Iguala la energía mecánica en las dos posiciones que te interese.

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{MB} = E_{MD} \rightarrow$$
$$\rightarrow E_{CB} + E_{PB} = E_{CD} + E_{PD} \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D$$

2. Explica si algún término se anula y elimínalo.

Tomando la referencia del consejo del enunciado: $h_B = 0$. Por tanto:

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D$$

3. Divide por m.

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D \rightarrow \frac{1}{2}v_B^2 = \frac{1}{2}v_D^2 + gh_D$$

4. Despeja lo que te piden y sustituye los datos.

$$\frac{1}{2}v_B^2 = \frac{1}{2}v_D^2 + gh_D \rightarrow v_D^2 = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}v_B^2 - gh_D\right) \rightarrow$$
$$\rightarrow v_D = \sqrt{v_B^2 - 2gh_D} = \sqrt{12^2 - 2 \cdot 9{,}8 \cdot 4} = 8{,}1 \text{ m}$$

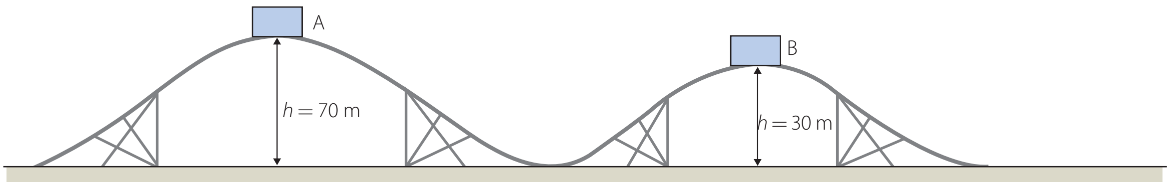
PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Cuando sobre un cuerpo que cambia su posición y su velocidad, solo actúa la fuerza gravitatoria, no actúa ninguna fuerza más, la energía mecánica permanece constante.

El principio de conservación de la energía mecánica se cumple sea cual sea la trayectoria del móvil; no es necesario que sea una trayectoria rectilínea perpendicular al suelo.

16 **Estamos en un vagón en lo alto de una montaña rusa (posición A del dibujo) y comienza a caer.**



SOLUCIÓN

a) Explica el principio de conservación de la energía mecánica aplicado al vagón durante su recorrido, indicando cómo varían las energías cinética, potencial y mecánica.

Durante el recorrido, cuando el vagón baja pierde E_P en la misma medida que gana E_C, y cuando sube, pierde E_C en la misma medida que gana E_P, de tal forma que la suma de ambas, que es la energía mecánica, se mantiene constante.

b) ¿Qué velocidad tendrá cuando pase por la posición B?

1. Iguala la energía mecánica en ambos puntos.

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{M\,A} = E_{M\,B} \rightarrow E_{C\,A} + E_{P\,A} = E_{CB} + E_{PB} \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

2. Observa si se anula algún término.

$$v_A = 0 \text{ (cae)} \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

3. Divide por m.

$$mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \rightarrow gh_A = \frac{1}{2}v_B^2 + gh_B$$

4. Despeja y sustituye.

$$\frac{1}{2}v_B^2 = gh_A - gh_B = g \cdot (h_A - h_B) \rightarrow$$

$$\rightarrow v_B^2 = 2g \cdot (h_A - h_B) \rightarrow v_B = \sqrt{2g \cdot (h_A - h_B)} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot (70 - 30)} = 28 \text{ m/s}$$

c) ¿Podrá tener la montaña rusa un pico más alto que el de la posición A?

No, pues en la posición A inicial tiene solo energía potencial, que no puede ser superada, ya que la energía mecánica permanece constante.

d) ¿Qué trabajo ha hecho la fuerza del motor que ha subido el vagón al comienzo hasta la posición A si la masa del vagón y los ocupantes es de 600 kg?

Ha tenido que comunicarle la energía potencial que tiene arriba. Por tanto:

$$W_{F\text{ del motor}} = E_{P\,A} = mgh_A = 600\text{ kg} \cdot 9{,}8\text{ m/s}^2 \cdot 70\text{ m} = 411\,600\text{ J}$$

e) ¿Qué fuerza ha hecho el motor, si la longitud de subida eran 100 m?

$$W_{F\text{ del motor}} = F_{\text{motor}} \cdot \Delta x \rightarrow F_{\text{motor}} = \frac{W_{F\text{ del motor}}}{\Delta x} = \frac{411\,600\text{ J}}{100\text{ m}} = 4116\text{ N}$$

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA (III)

NOMBRE: ______________________ CURSO: ____________ FECHA: ____________

17 **Un futbolista golpea el balón que rodaba por el suelo imprimiéndole una velocidad de 11 m/s, elevándolo en vaselina por encima del portero y metiendo gol.**

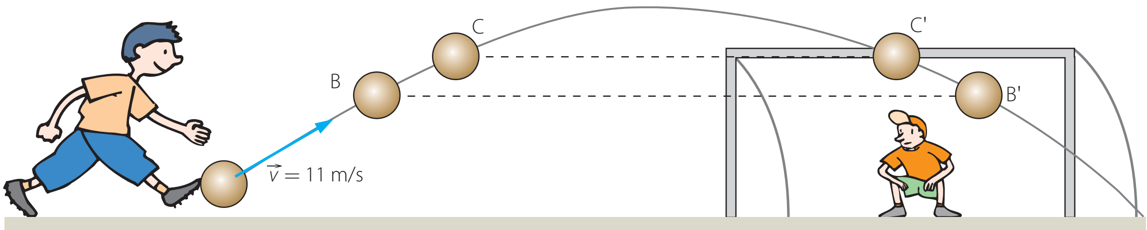
SOLUCIÓN

a) Explica el principio de conservación de la energía mecánica aplicado al balón en su recorrido indicando cómo varían las energías cinética, potencial y mecánica.

Al salir del pie el balón solo tiene energía cinética. Al subir va disminuyendo en la misma medida que aumenta su energía potencial. Al bajar, va perdiendo potencial en la misma medida que gana cinética hasta que llega al suelo y vuelve a ser todo cinética. Todo ocurre siempre manteniéndose constante la suma de ambas (energía mecánica).

b) ¿Qué velocidad tendrá el balón cuando esté a 5 m de altura sobre el suelo? ¿Cuántas veces está a esa altura? Dibújalo.

Está dos veces a esa altura, posiciones B y B'.



1. Iguala la energía mecánica en el suelo y a esa altura.

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{M\,A} = E_{M\,B} \rightarrow E_{CA} + E_{PA} = E_{CB} + E_{PB} \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

2. Observa si se anula algún término y divide por *m*.

$$h_A = 0 \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \rightarrow \frac{1}{2}v_A^2 = \frac{1}{2}vv_B^2 + gh_B$$

3. Despeja y sustituye.

$$\frac{1}{2}v_A^2 = \frac{1}{2}v_B^2 + gh_B \rightarrow v_B^2 = v_A^2 - 2gh_B \rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 - 2gh_B} = \sqrt{11^2 - 2 \cdot 9{,}8 \cdot 5} = 4{,}8 \text{ m/s}$$

c) ¿A qué altura estará la pelota cuando vaya con una velocidad de 3 m/s? ¿Cuántas veces tendrá esa velocidad? Dibújalo.

Tendrá dos veces esa velocidad, en las posiciones C y C'.

1. Iguala la energía mecánica en el suelo y a esa altura.

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{M\,A} = E_{M\,C} \rightarrow E_{CA} + E_{PA} = E_{CC} + E_{PC} \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$$

2. Explica si algún término se anula y elimínalo y divide por *m*.

$$h_A = 0 \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C \rightarrow \frac{1}{2}v_A^2 = \frac{1}{2}v_C^2 + gh_C$$

3. Despeja lo que te piden y sustituye los datos.

$$gh_C = \frac{1}{2}v_A^2 - \frac{1}{2}v_C^2 \rightarrow h_C = \frac{\frac{1}{2} \cdot (v_A^2 - v_C^2)}{g} = \frac{\frac{1}{2} \cdot (11^2 - 3^2)}{9{,}8} = 5{,}7 \text{ m}$$

d) ¿Con qué velocidad caerá el balón al suelo? Razona la respuesta sin hacer ningún cálculo numérico.

Con la misma con la que salió, pues tanto al principio como al final la energía potencial es cero y, como la energía mecánica se conserva, la energía cinética tiene que ser la misma y, por tanto, la velocidad.

