CORRECCIÓN DEL EJERCICIO DE AUTOEVALUACIÓN

1. a) Para hacer el cambio de unidades debemos multiplicar por 1000, para pasar de km a m, y multiplicar el denominador (por tanto, dividir) por 3600 para pasar de horas a segundos:

$$v = 100\frac{\text{km}}{\text{h}} = 100\frac{1000}{3600}\frac{\text{m}}{\text{s}} = 27{,}8\,\text{m/s}$$

b) Si ponemos la referencia en el punto en el que empieza a frenar y tomamos como sentido positivo el del avance del coche, las ecuaciones de ese movimiento son:

$$e = 0 + 27{,}8\,t + ½\,a_t\,t^2$$
$$v = 27{,}8 + a_t\,t$$

En las anteriores ecuaciones no conocemos una de las constantes del movimiento: la aceleración tangencial. Pero conocemos una pareja de valores de las variables posición y rapidez: en la posición 100 m la rapidez es nula. Con estos dos valores podemos plantear un sistema de ecuaciones con dos incognitas: la aceleración tangencial y el tiempo que tarda en pararse el coche.

$$100 = 27{,}8\,t + ½\,a_t t^2$$
$$0 = 27{,}8 + a_t t$$

Resolviendo el sistema obtenemos los siguientes valores:

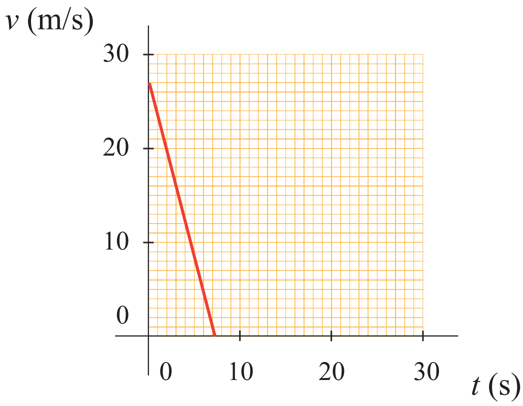
$$a_t = -\,3{,}9\text{ m/s}^2;\ t = 7{,}2\text{ s}$$

De este modo las ecuaciones serían:

$$e = 27{,}8\,t - 1{,}9\,t^2$$
$$v = 27{,}8 - 3{,}9\,t$$

c) El tiempo que tarda en detenerse se ha calculado ya en el apartado anterior.

La representación gráfica en el intervalo t (0, 10) s se recoge en el dibujo adjunto. Los valores negativos de la rapidez significarían que el coche se mueve en sentido contrario, lo que no se corresponde con el problema físico, pues el movimiento del coche termina cuando se para. Eso ocurre para v = 0, que corresponde en la gráfica al instante en el que la línea corta al eje de abcisas. Vemos que es algo más de 7 s, coincidiendo con el cálculo analítico que se había hecho a partir de las ecuaciones.



d) En recorrer los 50 primeros metros tarda menos de la mitad del tiempo que tarda en recorrer los 100 m, ya que su rapidez es mayor al principio que al final.

Para calcular el tiempo que tarda en recorrer los primeros 50 metros, se sustituye en la ecuación de la posición el valor 50 que corresponde a cuando ha recorrido 50 metros. Se obtiene la ecuación:

$$50 = 27{,}8\,t - 1{,}93\,t^2$$

Resolviendo esta ecuación obtenemos el instante en el que se encuentra en la posición 50 m. Las soluciones de la ecuación son 2,1 s y 12,3 s. El valor 12,3 s no tiene significado físico pues el coche se detuvo a los 7,2 s. (El valor 12,3 s correspondería a un móvil con las características descritas pero que al llegar a $v = 0$ no se detuviese sino que comenzara a moverse en sentido contrario, pasando de nuevo por la posición 50 m en el instante 12,3).

Por lo tanto en recorrer los primeros 50 metros ha tardado: $\Delta t = 2{,}1 - 0 = 2{,}1$ s. El tiempo que tarda en recorrer los últimos 50 m lo podemos calcular por diferencia entre los instantes en los que se encuentra en la posición 100 y en la posición 50 m.

$$\Delta t = 7{,}2 - 2{,}1 = 5{,}1\text{ s}$$

2. a) Incorrecto. Sólo puede calcularse así en el caso de que el movimiento sea uniforme. También puede calcularse así la rapidez media.

b) Incorrecto. La aceleración tangencial es, en el caso de un movimiento uniformemente acelerado, el cociente entre la variación de la rapidez y el tiempo empleado.

c) Incorrecto. La distancia recorrida es el valor absoluto de la diferencia entre la posición inicial y la final sólo cuando el movimiento sea siempre en el mismo sentido.

d) Incorrecto. La aceleración no está relacionada con la rapidez sino con la variación de la rapidez. Ejemplo, la rapidez es nula en el punto más alto de la trayectoria de un cuerpo lanzado verticalmente, mientras que la aceleración en ese punto es de 9,8 m/s^2.

e) Incorrecto. La distancia recorrida depende además de la aceleración y del tiempo que dure el movimiento, de la velocidad inicial que llevaba el cuerpo al empezar a contar el tiempo.

3. Si colocamos la referencia en el centro de gravedad de Jordan antes del salto y tomamos positivo el sentido hacia arriba, la ecuación del movimiento supuesto vertical sería: $e = 0 + v_0 t + ½(–9,8)t^2$ y $v = v_0 + (–9,8)t$:

$$e = v_0 t – 4,9\, t^2; \quad v = v_0 – 9,8\, t$$

Cuando llegue a la posición 1,2 m la rapidez es nula y tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incognitas: la rapidez inicial con la que Jordan se eleva y el tiempo que tarda en llegar arriba.

$$1,2 = v_0 t – 4,9\, t^2; \quad 0 = v_0 – 9,8\, t$$

Resolviendo obtenemos los siguientes valores: v_0 = 4,8 m (se escoge la solución positiva dado que el avance se produce en el sentido positivo) y t = 0,49 s.

Si no tenemos en cuenta el posible rozamiento del cuerpo de Jordan con el aire, tardará lo mismo en subir que en bajar, por lo que el tiempo que está en el aire será el doble de lo tarda en subir: 0,98 s. Podemos comprobarlo resolviendo la ecuación del movimiento para e = 0, posición que ocupa cuando sale hacia arriba y cuando llega abajo:

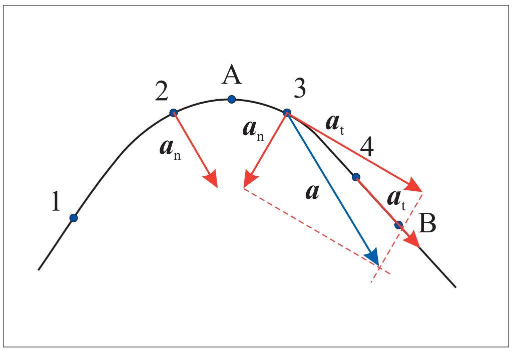
$$0 = 4,8\, t – 4,9\, t^2; \quad t = 0 \text{ (posición inicial) ó } 4,8 – 4,9\, t = 0, \text{ de donde } t = 0,98 \text{ s}$$

El comentario que se refiere a quedar suspendido en el aire «venciendo la ley de gravitación» demuestra la total ignorancia de quien lo hace ya que no se tiene conocimiento de algo que quede suspendido en el aire salvo que actúen otro tipo de fuerzas (eléctricas, rozamientos...). Tampoco tiene sentido decir que «se vence» a una ley; las leyes de la física, simplemente se cumplen dentro de un determinado campo de validez. Otra cuestión sería pensar en otra fuerza que equilibrara en alguna medida a la de atracción de la Tierra, es decir, una fuerza que se ejerciera sobre el deportista hacia arriba, pero ¿quién la hace?, ¿el comentarista deportivo?

4. En el punto 1 la rapidez es constante, no hay aceleración tangencial, y la trayectoria rectilínea por lo que no hay aceleración normal.

En el punto 2 la rapidez es constante por lo que no hay aceleración tangencial. Como la trayectoria es curvilínea hay aceleración normal de valor 1 m/s^2, que será también el valor del módulo de la aceleración total.

En el punto 3 se está produciendo un aumento de rapidez, por lo que hay aceleración tangencial. Su valor es (28–20)/4 = 2 m/s^2. Como la trayectoria es curvilínea también hay aceleración normal. Para calcularla debemos conocer la rapidez en el punto 3. Para ello, sabiendo que tarda 1 segundo desde el punto A hasta el punto 3, la rapidez habrá aumentado en 2 m/s, por lo que será 22 m/s. Eso supone que la aceleración normal será de 1,2 m/s^2.

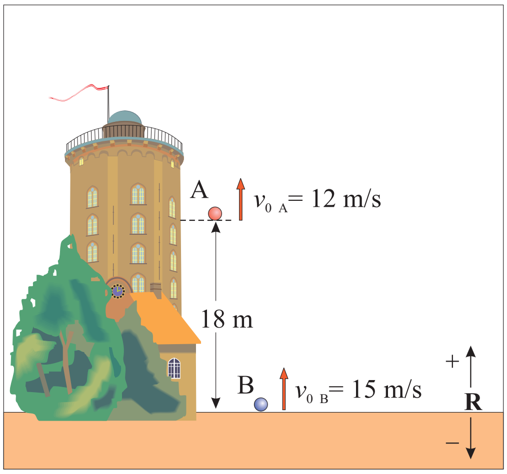


El módulo de la aceleración total lo hallamos mediante:

$$a = \sqrt{2^2 + 1,2^2} = 2,3 \text{ m/s}^2$$

En el punto 4 sólo habrá aceleración tangencial. Su valor es de 2 m/s^2, calculado previamente. En la figura se representan las aceleraciones en cada punto.

5. Para saber si se encuentran ambos objetos en el aire será necesario escribir las ecuaciones del movimiento de ambos móviles, escritas en función de un mismo punto de referencia y de un mismo criterio de signos. Si escogemos como punto de referencia el suelo y sentido positivo hacia arriba tal como se refleja en el dibujo adjunto, las ecuaciones de ambos móviles son:



móvil A: $e_A = 18 + 12\,t - 4{,}9\,t^2$; $v_A = 12 - 9{,}8\,t$

móvil B: $e_B = 0 + 15\,t - 4{,}9\,t^2$; $v_B = 15 - 9{,}8\,t$

Si se encontraran en el aire, ambos estarían en la misma posición, es decir, se encuentran si $e_A = e_B$ en algún punto antes de llegar al suelo:

$$18 + 12\,t - 4{,}9\,t^2 = 15\,t - 4{,}9\,t^2$$

Simplificando obtenemos: $18 + 12\,t = 15\,t$

Y despejando: $t = 6$ s

La posición buscada es: $e_B = 15 \cdot 6 - 4{,}9 \cdot 6^2 = -86{,}4$ m.

Este resultado es físicamente imposible, nos indica que se encuentran a 86,4 m por debajo del suelo que es donde hemos colocado la referencia. La solución del problema es que no se encuentran, es decir que el objeto B llega antes de que lo alcance el objeto A al suelo.

Para saber cuál llega antes al suelo calcularemos los instantes en los que la posición de cada uno es cero.

A) $0 = 18 + 12\,t - 4{,}9\,t^2$; $t = 3{,}5$ s

B) $0 = 15\,t - 4{,}9\,t^2$; $t = 3{,}1$ s

Para el objeto A obtenemos dos soluciones, una de ellas negativa por lo que no tiene sentido físico. Para el B la primera solución es $t = 0$, que es el momento inicial, y la segunda será cuando de nuevo llega al suelo. Puede observarse que, efectivamente el objeto B llega antes que el A, por lo que no se encuentran en ninguna posición durante el movimiento.

Las rapideces serán:

$$v_A = 12 - 9{,}8 \cdot 3{,}5 = -22{,}3 \text{ m/s}$$

$$v_B = 15 - 9{,}8 \cdot 3{,}1 = -15{,}38 \text{ m/s}$$

6. a) La aguja del reloj que marca las horas da una vuelta completa cada 12 horas. Por lo tanto, la rapidez angular en s^{-1} y en rpm es:

$$\omega = \frac{2\pi}{12 \cdot 60 \cdot 60} = 1{,}45 \cdot 10^{-4}\ \text{s}^{-1}\ ; \qquad \omega = \frac{1}{12 \cdot 60} = 1{,}39 \cdot 10^{-3}\ \text{rpm}$$

b) Dado que se trata de un movimiento circular uniforme el ángulo recorrido en media hora será para cualquier punto de la aguja:

$$\Delta\phi = \omega\,\Delta t = 1{,}45 \cdot 10^{-4} \cdot 1800 = 0{,}26 \text{ rad}$$

Para el extremo de la aguja ($r = 0{,}02$ m), el arco recorrido es:

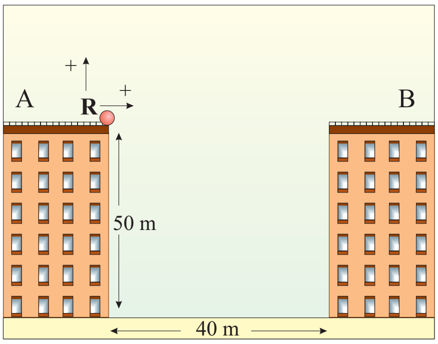
$$\Delta e = \Delta\phi\ \ r = 0{,}26 \cdot 0{,}02 = 5{,}2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Para el punto central de la aguja ($r = 0{,}01$ m), el arco recorrido es:

$$\Delta e = \Delta\phi\ \ r = 0{,}26 \cdot 0{,}01 = 2{,}6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Se observa como disminuyen las magnitudes lineales, rapidez y distancia, a medida que nos acercamos al eje de giro, mientras que las magnitudes angulares permanecen iguales. Es la razón de introducir las magnitudes angulares ya que simplifican el análisis de los movinmientos circulares.

7. a) Tomamos como punto de referencia el punto desde donde se lanza la pelota y como criterio de signos, positivo hacia arriba y hacia la derecha. De acuerdo con ello las ecuaciones del movimiento de la pelota son:



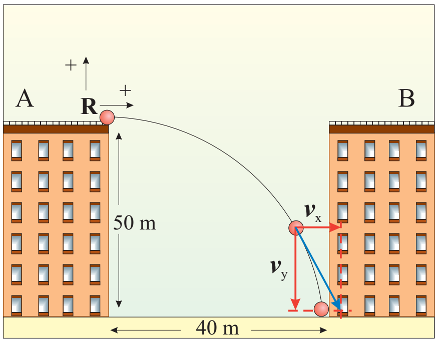
Direción vertical (movimiento uniformemente acelerado):

$$y = -4{,}9\ t^2;\ v_y = -9{,}8\ t$$

Dirección horizontal: movimiento uniforme: $x = v_0\, t\ ;\ v_x = v_0$

La pelota recorrerá una distancia horizontal, que tal como hemos elegido el punto de referencia es igual a x, que será igual al producto de la velocidad horizontal y del tiempo que está la pelota en el aire $x = v_x t$. El tiempo máximo que está la bola cayendo es el que tarda en llegar al suelo, es decir, el que tarda en que la posición vertical sea $y = -50$ m.

La ecuación $-50 = -4{,}9\, t^2$, tiene dos soluciones, $t = \pm\, 3{,}2$ s, de la que sólo es solución del problema físico la positiva. Para que la pelota golpee al edificio de enfrente será necesario que en ese tiempo haya recorrido horizontalmente como mínimo 40 m. Es decir que: $v_0 \cdot 3{,}19 \geq 40$. Eso supone que la velocidad horizontal con la que se lance a la pelota debe ser mayor que 12,5 m/s.



b) b) Las componentes horizontal y vertical de la velocidad para $t =$ 2 s son: $v_x = 12{,}5$ m/s; $v_y = -9{,}8 \cdot 2 = -19{,}6$ m/s

El módulo de la velocidad es $v = \sqrt{12{,}5^2 + (-19{,}6)^2} = 23{,}2$ m/s

A la derecha se encuentra el dibujo que representa la velocidad.

c) Si dejamos caer otra pelota desde el edificio B, al mismo tiempo y a la misma altura, ambas estarán a igual distancia del suelo en cualquier instante. Esto es así porque tienen la misma rapidez inicial vertical (nula) y la aceleración de caída también es la misma (9,8 m/s^2). El que lleven una velocidad horizontal distinta, no influye en la componente vertical de su velocidad (principio de independencia de los movimientos de Galileo).